Міністерство освіти та науки України

Комунальний заклад освіти

Іларіонівська середня загальноосвітня школа

Синельниківський район

Секція математики

РІВНЯННЯ З ПАРАМЕТРАМИ

 Роботу виконав:

Фахіров Дмитро Володимирович,

 учень 9-Б класу

 Керівник:

 Балицька Віра Василівна,

 старший вчитель

Смт. Іларіонове

2013 р.

Завдання з параметрами відіграють важливу роль у формуванні логічного мислення та математичної культури, але їх розв’язання викликає значні труднощі. Це пов’язано з тим, що кожне рівняння з параметрами представляє собою цілий клас звичайних рівнянь, для кожного з яких має бути отримано розв’язок.

Якщо в рівнянні деякі коефіцієнти задані не конкретними числовими значеннями, а позначені літерами, то вони називаються параметрами, а рівняння параметричним.

Основне, що потрібно засвоїти при першому знайомстві з параметром – це необхідність обережного, навіть, якщо хочете, делікатного поводження з фіксованим, але невідомим числом. Цьому, на нашу думку, багато в чому будуть сприяти наші приклади.

Необхідність обережного поводження з параметром добре видно на тих прикладах, де заміна параметра числом робить завдання банальною. До таких завдань, наприклад, відносяться: порівняти два числа, вирішити лінійне або квадратне рівняння, невірність і т.д.

Зазвичай в рівнянні літерами позначають невідоме.

Розв’язати рівняння означає:

Знайти безліч значень невідомих, що задовольняють цьому рівнянню. Іноді рівняння, крім літер, що позначають невідоме ( X, Y, Z ), містять інші літери, звані параметрами (a.b,c ).

Тоді ми маємо справу не з одним, а нескінченним безліччю рівнянь.

При одних значеннях параметрів рівняння не має коренів, при інших – має один корінь, при третіх – два корені.

При розв’язанні таких рівнянь треба:

1)знайти безліч всіх доступних значень параметрів;

2)перенести всі члени, що містять невідоме, в ліву частину рівняння, а всі члени, що не містять невідомого в праву;

3)звести подібні доданки;)

4)розв’язати рівняння ах=b.

Можливо три випадки.

1. а≠0, b-будь-яке дійсне число. Рівняння має єдиний розв’язок $x=\frac{b}{a}$
2. a=0, b=0. Рівняння набуває вигляду: 0х=0, розв’язком є всі хϵR.
3. a=0, b≠0. Рівняння 0х=b розв’язку не має.

$x=\frac{b}{a}$ при а≠0, b- будь-яке число;

Х- будь-яке число при а=0, b=0;

Розв’язку немає при а=0, b≠0;

**Розв’язування рівнянь:**

1. ах2=0.

Розв’язок .

Якщо а≠0,х=0.

Якщо а=0, х- любе число.

1. ах2=1.

Якщо а0, рівняння не має рішення.

Якщо а0, х=.

1. ах2=b

Розв’язок .

Якщо а=0, b≠0; аb0; а0, b0 – немає рішення.

Якщо а=0, b=0, х – любе число.

Якщо а≠0, b=0, х=0.

Якщо а0, b0; а0, b0, х= .

1. Розв’язати рівняння: $\frac{ x-a}{x+a}+\frac{x+a}{x-a}=2.$

Розв’язок:

Очевидно ,що х а. перетворюючи задане рівняння, маємо х2 +а2 = х2 –а2, а=0.

Отже, якщо а =0, то рішенням рівняння будуть всі числа, крім нуля; якщо а0, то рішення немає.

1. Вказати найбільше ціле значення параметра *а*, при якому корені рівняння 4х2-2х+а=0 належить інтервалу (-1;1).

Розв’язок: корені даного рівняння рівні:

$x\_{1}=\frac{1}{4}(1+\sqrt{1-4a})$; $x\_{2}=\frac{1}{4}(1-\sqrt{1-4a})$; при $a\leq \frac{1}{4}$

$x\_{1.2}=\frac{11\mp 1}{20}$; $x\_{1}=\frac{1}{2};x\_{2}=\frac{3}{5}.$

1. Вказати значення параметра а, при якому рівняння

Х4+ (1-2а)х2 +а2-4=0 має три різних кореня.

Розв’язок: кожне біквадратне рівняння в загальному випадку має дві пари коренів, при чому корні однієї пари розрізняються лише знаком. Три корені можливі у випадку, якщо рівняння має одну пару у вигляді нуля.

Корені заданого рівняння рівні:

Х= =

Одна з пар коренів буде дорівнює 0, якщо (2а-1) = . розв’язуючи це рівняння за умови

$2a-1>0 \leftrightarrow a>\frac{1}{2}$ , маємо $\left(2a-1\right)=\sqrt{17-4a}\leftrightarrow \left(2a-1\right)^{2}=17-4a\leftrightarrow 4a^{2}-4a+1=17-4a\leftrightarrow a=2$.

1. Визначити число натуральних n, при яких рівняння = не має розв’язку.

Розв’язок: $x\ne 0, n\ne 10$

$$\frac{x-8}{x-10}=\frac{n}{x}\leftrightarrow \left\{\begin{array}{c}x^{2}-8x-n\left(n-10\right)=0,\\x\ne 0, n\ne 10\end{array}\right.$$

Рівняння х2-8х-n(n-10)=0 не має розв’язку, якщо його дискримінант менше 0, тобто:

 $16+n\left(n-10\right)<0\leftrightarrow n^{2-10n}+16<0\leftrightarrow \left(N-2\right)(n-8)<0\leftrightarrow 2<n<8$.

У знайденому інтервалі 5 натуральних чисел: 3,4,5,6 і 7. Враховуючи умову, $n\ne 10 $знаходимо, що загальне число натуральних n, при яких рівняння не має рішень, дорівнює 6.

1. При яких значеннях параметра а, рівняння

$\left(a-3\right)x^{2}+\left(3-a\right)x-\frac{1}{4}=0$ має один корінь?

Розв’язання:

Прямою підстановкою значення а=3 бачимо, що воно розв’язків немає. Далі скористаємось тим, що при нульовому дискримінанті рівняння має один корінь кратності 2. Випишемо дискримінант:

D= a2- 6a + 9+3-a=a2-7a+12=0.

Отримали квадратне рівняння відносно параметра а, розв’язок якого легко отримати за теоремою Вієта. Сума коренів рівна 7, а їх добуток 12. Простим перебором встановлюємо, що числа 3,4 будуть коренями рівняння. Оскільки розв’язок а=3 ми вже відкинули на початку обчислень, то єдиним правильним буде – а=4. Таким чином , при а=4 рівняння має один корінь.

Відповідь:4

1. При яких значеннях параметра а, рівняння

 а(а+3)х2+(2а+6)х-3а-9=0 має більше одного кореня?

Розв’язання:

Розглянемо спочатку особливі точки, ними будуть значення а=0 і а =-3. При а=0 рівняння спроститься до вигляду 6х-9=0; х=3/2 і матиме один корінь. При а=-3 дістанемо тотожність 0=0.

Обчислимо дискримінант

D=(2а+6)2+4а(а+3)3(а+3)=

=4(а+3)(а+3+3а(а+3))

та знайдемо значення а при яких він додатній

$$\left\{\begin{array}{c}a+3>0;\\3a^{2}+10a+3>0.\end{array}\right.$$

З першої умови отримаємо $a>3$. Для другої знаходимо дискримінант і корені рівняння

D=100+4·3·3=64;

Х1,2=х1=; х2=-3.

Визначимо проміжки, де функція приймає додатні значення. Підстановкою точки а=0 отримаємо 30. Отже за межами проміжку (-3;1/3) функція від’ємна. Не варто забувати про точку а=0, яку слід виключити, оскільки в ній вихідне рівняння має один корінь.

В результаті отримаємо два інтервали, які задовольняють умови задачі

а ϵ (-3;0)ᴗ.

