Міністерство освіти та науки України

Комунальний заклад освіти

Іларіонівська середня загальноосвітня школа

Синельниківський район

Секція математики

РІВНЯННЯ З ПАРАМЕТРАМИ

Роботу виконав:

Фахіров Дмитро Володимирович,

учень 9-Б класу

Керівник:

Балицька Віра Василівна,

старший вчитель

Смт. Іларіонове

2013 р.

Завдання з параметрами відіграють важливу роль у формуванні логічного мислення та математичної культури, але їх розв’язання викликає значні труднощі. Це пов’язано з тим, що кожне рівняння з параметрами представляє собою цілий клас звичайних рівнянь, для кожного з яких має бути отримано розв’язок.

Якщо в рівнянні деякі коефіцієнти задані не конкретними числовими значеннями, а позначені літерами, то вони називаються параметрами, а рівняння параметричним.

Основне, що потрібно засвоїти при першому знайомстві з параметром – це необхідність обережного, навіть, якщо хочете, делікатного поводження з фіксованим, але невідомим числом. Цьому, на нашу думку, багато в чому будуть сприяти наші приклади.

Необхідність обережного поводження з параметром добре видно на тих прикладах, де заміна параметра числом робить завдання банальною. До таких завдань, наприклад, відносяться: порівняти два числа, вирішити лінійне або квадратне рівняння, невірність і т.д.

Зазвичай в рівнянні літерами позначають невідоме.

Розв’язати рівняння означає:

Знайти безліч значень невідомих, що задовольняють цьому рівнянню. Іноді рівняння, крім літер, що позначають невідоме ( X, Y, Z ), містять інші літери, звані параметрами (a.b,c ).

Тоді ми маємо справу не з одним, а нескінченним безліччю рівнянь.

При одних значеннях параметрів рівняння не має коренів, при інших – має один корінь, при третіх – два корені.

При розв’язанні таких рівнянь треба:

1)знайти безліч всіх доступних значень параметрів;

2)перенести всі члени, що містять невідоме, в ліву частину рівняння, а всі члени, що не містять невідомого в праву;

3)звести подібні доданки;)

4)розв’язати рівняння ах=b.

Можливо три випадки.

1. а≠0, b-будь-яке дійсне число. Рівняння має єдиний розв’язок
2. a=0, b=0. Рівняння набуває вигляду: 0х=0, розв’язком є всі хϵR.
3. a=0, b≠0. Рівняння 0х=b розв’язку не має.

при а≠0, b- будь-яке число;



Х- будь-яке число при а=0, b=0;

Розв’язку немає при а=0, b≠0;

**Розв’язування рівнянь:**

1. ах2=0.

Розв’язок .

Якщо а≠0,х=0.

Якщо а=0, х- любе число.

1. ах2=1.

Якщо а0, рівняння не має рішення.



Якщо а0, х=.



1. ах2=b

Розв’язок .

Якщо а=0, b≠0; аb0; а0, b0 – немає рішення.



Якщо а=0, b=0, х – любе число.

Якщо а≠0, b=0, х=0.

Якщо а0, b0; а0, b0, х= .



1. Розв’язати рівняння:

Розв’язок:

Очевидно ,що х а. перетворюючи задане рівняння, маємо х2 +а2 = х2 –а2, а=0.



Отже, якщо а =0, то рішенням рівняння будуть всі числа, крім нуля; якщо а0, то рішення немає.



1. Вказати найбільше ціле значення параметра *а*, при якому корені рівняння 4х2-2х+а=0 належить інтервалу (-1;1).

Розв’язок: корені даного рівняння рівні:

; ; при

;

1. Вказати значення параметра а, при якому рівняння

Х4+ (1-2а)х2 +а2-4=0 має три різних кореня.

Розв’язок: кожне біквадратне рівняння в загальному випадку має дві пари коренів, при чому корні однієї пари розрізняються лише знаком. Три корені можливі у випадку, якщо рівняння має одну пару у вигляді нуля.

Корені заданого рівняння рівні:

Х= =



Одна з пар коренів буде дорівнює 0, якщо (2а-1) = . розв’язуючи це рівняння за умови



, маємо .



1. Визначити число натуральних n, при яких рівняння = не має розв’язку.



Розв’язок:

Рівняння х2-8х-n(n-10)=0 не має розв’язку, якщо його дискримінант менше 0, тобто:



.

У знайденому інтервалі 5 натуральних чисел: 3,4,5,6 і 7. Враховуючи умову, знаходимо, що загальне число натуральних n, при яких рівняння не має рішень, дорівнює 6.

1. При яких значеннях параметра а, рівняння

має один корінь?

Розв’язання:

Прямою підстановкою значення а=3 бачимо, що воно розв’язків немає. Далі скористаємось тим, що при нульовому дискримінанті рівняння має один корінь кратності 2. Випишемо дискримінант:

D= a2- 6a + 9+3-a=a2-7a+12=0.

Отримали квадратне рівняння відносно параметра а, розв’язок якого легко отримати за теоремою Вієта. Сума коренів рівна 7, а їх добуток 12. Простим перебором встановлюємо, що числа 3,4 будуть коренями рівняння. Оскільки розв’язок а=3 ми вже відкинули на початку обчислень, то єдиним правильним буде – а=4. Таким чином , при а=4 рівняння має один корінь.

Відповідь:4

1. При яких значеннях параметра а, рівняння

а(а+3)х2+(2а+6)х-3а-9=0 має більше одного кореня?

Розв’язання:

Розглянемо спочатку особливі точки, ними будуть значення а=0 і а =-3. При а=0 рівняння спроститься до вигляду 6х-9=0; х=3/2 і матиме один корінь. При а=-3 дістанемо тотожність 0=0.

Обчислимо дискримінант

D=(2а+6)2+4а(а+3)3(а+3)=



=4(а+3)(а+3+3а(а+3))

та знайдемо значення а при яких він додатній

З першої умови отримаємо . Для другої знаходимо дискримінант і корені рівняння

D=100+4·3·3=64;

Х1,2=х1=; х2=-3.



Визначимо проміжки, де функція приймає додатні значення. Підстановкою точки а=0 отримаємо 30. Отже за межами проміжку (-3;1/3) функція від’ємна. Не варто забувати про точку а=0, яку слід виключити, оскільки в ній вихідне рівняння має один корінь.



В результаті отримаємо два інтервали, які задовольняють умови задачі

а ϵ (-3;0)ᴗ.

